• $R(A) = A' \Rightarrow \Omega A = \Omega A' \Leftrightarrow \Omega \in med[AA'] = (CI)$

D'où $\Omega \in (HI) \cap (CI) = \{I\}$

Par suite $\Omega = I$.

• $R(B) = C \Rightarrow \widehat{\left(\overrightarrow{IB}, \overrightarrow{IC}\right)} \equiv \frac{\pi}{3}$ $[2\pi]$ est l'angle de R.

Conclusion : R est de centre I et d'angle $\frac{\pi}{3}$.

2/a-

$$\begin{cases} (AH) \perp (BC) & \text{car } (AH) = med[BC] \\ (BD) \perp (BC) & \text{car } [CD] \text{ est un diamètre du cercle } (\mathscr{C}) \end{cases}$$

$\Rightarrow (AH)//(BD)$.

b- ▲ $f(B) = (S_{(AH)} \circ S_{(BD)})(B) = S_{(AH)}[S_{(BD)}(B)] = S_{(AH)}(B) = C$.

▲ $f(I') = (S_{(AH)} \circ S_{(BD)})(I') = S_{(AH)}[S_{(BD)}(I')]$

$= S_{(AH)}(I) = I$ car $I \in (AH)$.

c- $(AH)//(BD) \Rightarrow f = S_{(AH)} \circ S_{(BD)}$ est une translation.

Comme $f(B) = C$ alors $\overrightarrow{BC}$ est le vecteur de f.

d- $f(I') = I \Leftrightarrow \overrightarrow{II'} = \overrightarrow{BC}$ Donc $\left\|\overrightarrow{II'}\right\| = \left\|\overrightarrow{BC}\right\|$

Signifie que $II' = BC = IB$ (car BCI est équilatéral)

Par suite I' $\in (\mathscr{C})$ qui est de centre I et de rayon IB

3/a- $\widehat{\left(\overrightarrow{BA'}, \overrightarrow{AC}\right)} \equiv \widehat{\left(\overrightarrow{BA'}, \overrightarrow{BA}\right)} + \widehat{\left(\overrightarrow{BA}, \overrightarrow{AB}\right)} + \widehat{\left(\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{AC}\right)}$ $[\pi]$

• $\widehat{\left(\overrightarrow{BA}, \overrightarrow{AB}\right)} \equiv 0$ $[\pi]$.

• $\widehat{\left(\overrightarrow{BA'}, \overrightarrow{BA}\right)} \equiv \frac{1}{2}\widehat{\left(\overrightarrow{IA'}, \overrightarrow{IA}\right)}$ $[\pi]$ car $\left(\overrightarrow{IA'}, \overrightarrow{IA}\right)$ est l'angle au centre associé à $\left(\overrightarrow{BA'}, \overrightarrow{BA}\right)$

$\equiv \frac{1}{2}(-\frac{\pi}{3})$ $[\pi]$ car $R(A) = A'$

$\equiv -\frac{\pi}{6}$ $[\pi]$.

• $\widehat{\left(\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{AC}\right)} \equiv \frac{1}{2}\widehat{\left(\overrightarrow{IB}, \overrightarrow{IC}\right)}$ $[\pi]$ car $\left(\overrightarrow{IB}, \overrightarrow{IC}\right)$ est l'angle au centre associé à $\left(\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{AC}\right)$

$\equiv \frac{1}{2}.(\frac{\pi}{3})$ $[\pi] \equiv \frac{\pi}{6}$ $[\pi]$.